

doi: 10.12194/j.ntu.20200920001

引文格式: 戴高乐, 黄吉平. 非线性热学: 基于温度响应性的热超构材料设计[J]. 南通大学学报(自然科学版), 2021, 20(2): 1-18.

非线性热学: 基于温度响应性的热超构材料设计

戴高乐^{1,2}, 黄吉平^{1*}

(1. 复旦大学 物理学系, 上海 200438; 2. 南通大学 理学院, 江苏 南通 226019)

摘要: 非线性现象与传热都是物理学中的重要内容, 然而迄今还没有像非线性光学或声学那样一门成熟的“非线性热学”学科。在傅里叶定律描述的宏观热传导框架内, 文章重点介绍了利用非线性材料的温度响应性, 即热导率与温度直接相关或等效热阻因受热形变而产生变化, 进行热超构材料设计的相关进展。基于非线性变换理论、非线性散射相消法及非线性导热复合材料的有效媒质理论, 一系列具有灵活的热学调控功能的器件被设计与制备, 包括智能超构材料、宏观热二极管、零能耗保温器、热学双稳器件等。这些工作有助推动“非线性热学”的发展。

关键词: 非线性热学; 热超构材料; 变换理论; 复合材料; 有效媒质理论

中图分类号: O551

文献标志码: A

文章编号: 1673-2340(2021)02-0001-18

Nonlinear Thermotics: Designing Thermal Metamaterials with Temperature Response

DAI Gaole^{1,2}, HUANG Jiping^{1*}

(1. Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200438, China;

2. School of Sciences, Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: Both nonlinear phenomenon and heat transfer are important topics in physics. However, there has not been a mature subject called "nonlinear thermotics" like its counterpart in optics or acoustics. This review focuses on recent advances in designing thermal metamaterials with temperature response of nonlinear materials, namely, thermal conductivity depending directly on the temperature or variable thermal resistance due to thermal deformation, under the framework of macroscopic heat conduction governed by the Fourier's law. Nonlinear transformation theory, the scattering cancellation method and effective medium for nonlinear conductive materials were discussed, and some related functional devices for flexible manipulation of heat transfer were designed and fabricated based on these methods, including intelligent thermal metamaterials, macroscopic thermal diodes, energy-free thermostats and thermal bi-stability devices. The findings can provide a reference for the development of "nonlinear thermotics".

Key words: nonlinear thermotics; thermal metamaterial; transformation theory; composites; effective medium theory

非线性现象可以表述为系统的反馈对输入参数的非线性依赖^[1], 如物体形变在一定条件下偏离胡克定律, 或者介质极化强度可能与电场强度的高

次项相关。非线性现象在数学上对应非线性的微分方程。区别于线性方程, 非线性方程的解不满足线性可加性, 尤其在强非线性下对初始条件十分敏

收稿日期: 2020-09-20

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(11725521)

第一作者简介: 戴高乐(1991—), 男, 讲师, 博士。

* 通信联系人: 黄吉平(1977—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为理论热学与热超构材料。E-mail: jphuang@fudan.edu.cn

感,求解往往非常困难,流体力学中著名的 Navier-Stokes 方程组即是一例。但正如一枚硬币的两面,从复杂的非线性方程或者说非线性系统中往往能发现各种新奇的现象,如混沌、孤波、分形、激波与多稳态。非线性现象受到重视始于天体力学中三体问题的不可解性,此后在动力系统、气象学、生命科学等领域非线性现象都成为重要课题。而在传统物理学领域,光、电、声中的非线性效应已经被广泛研究与应用,如非线性光学^[2]、非线性声学^[3]都已经成为专门学科,而以电子整流、磁滞现象等非线性效应为基础的电子计算、存储器件更是深刻影响了人类的生产生活。相比之下,在物理学中另一基本领域热学中,还尚未形成一门公认的“非线性热学”子学科,而各种基于非线性效应的热学功能器件相比它们的电学同类还尚未发展成熟。考虑到对热现象的调控已经成为提高能源利用效率、对微观器件到宏观设施在各尺度进行热管理的重要手段,“非线性热学”无疑值得关注与发展^[4]。

套用列夫·托尔斯泰的话说,“线性关系是相似的,非线性关系各有各的非线性”,于是首先要问,“非线性热学”中的非线性关系主要指的是什么?这一问题其实不易直接回答,因为传热涉及到3种不同的基本机制,即传导、对流与辐射。尽管如此,我们可以首先将精力放在相对研究得最多的热传导上。宏观介质中的热传导一般可以由经典的傅里叶定律描述: $\mathbf{j} = -k\nabla T$,其中: \mathbf{j} 是热流密度矢量; k 是材料热导率; T 是温度; ∇ 是梯度算符。结合热流连续性条件,如果各参数都为常数,此时传热方程 $\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k\nabla T) = 0$ 是关于温度的线性方程,其中: t 是时间; ρ 是材料密度; C 是比热。当传热为稳态时,可知热导率为材料本身唯一影响传热的属性。如果直接类比非线性光学中极化率或电导率与电场强度或其高次项的依赖关系(即非线性电极化理论),则应当设想“非线性热学”中热导率对温度梯度有响应。不过实际材料中发现的多是热导率对温度的各种直接依赖关系,此时傅里叶定律为非线性微分方程。热导率对温度的典型依赖关系即幂次关系 T^α ,根据 Dames 的总结,部分实际材料中 α 的

取值可以从-3.5到5.4不等^[5]。而根据动理学,高温下的介电体热导率与 T^{-1} 成正比(即 Eucken 定律),低温下与 $(-T^{-1})$ 呈e指数关系,而气体热导率近似正比于 \sqrt{T} ^[6]。

还有另一种“逆向”的研究思路,即直接从功能器件具备的非线性效应出发去设计相应的材料结构,实际上这也是目前对热学中非线性效应研究的主要范式。热学功能器件主要的模仿对象是电学。非线性效应在电学中的核心效应即整流,这是二极管、晶体管等电子计算元器件的基础。无论具体的实现机制如何,电流的整流效应意味着关于零偏压非对称的伏安特性曲线,对应到热学中即关于零外部温差非对称的温度差-热流曲线,这样的曲线一般不是直线,内蕴了对温度(差)具有依赖关系的热导或热阻,即一种非线性热导率。整流一般需要两个条件:非对称的结构及非线性的阻抗。早在1935年,Starr在研究铜及铜氧化物异质结构的电子整流实验中就同时发现了热整流现象^[7],此后数十年间研究人员也发现了多种其他热整流机制^[8-9]。但直到本世纪初,随着纳米技术的发展,对低维非线性晶格中声子热整流效应的成功研究^[10]才引发了对此领域的巨大关注(关于热整流研究论文数量随时间的变化,可参见 Roberts 与 Walker 的综述^[8])。Starr 的研究中金属材料的热载流子主要为电子,而电的绝缘体与半导体材料中主要的热载流子是声子,即晶格的集体振动模式。整个晶格的哈密顿量包括原子间的相互作用及环境外加的基底势。若将原子间的相互作用近似为简谐振子,即没有声子间的相互作用,则晶格线性。非线性晶格的构造可以从两方面考虑。一方面,将原子间的简谐相互作用替换为非简谐力,即考虑声子间相互作用,如最简单的三声子散射过程。著名的 FPUT (Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou)模型即属于此类没有基底势或者说动量守恒的非线性晶格。另一方面,可以在简谐振子相互作用的基础上考虑加上某些基底势,常用的 FK (Frenkel-Kontorova)晶格即具有周期性基底势的此类非线性晶格。对非线性晶格导热的早期关注来自于对正常热传导(热导率不随尺寸变化,最简单的反例即一维线性晶格)的微观动力学机制的研究^[11-12]。

而从调控传热的角度出发的重要工作来自 2002 年 Terraneo 等^[13]对一维非线性晶格中热整流效应的研究,他们利用谐振子加上非均匀的 Morse 基底势设计了 3 段结构的非线性晶格,得到了明显的整流效果。此后 Li 等^[14]利用耦合的两段不同参数的 FK 晶格优化了整流效果,设计了热二极管,并指出非线性晶格对温度依赖的声子能谱在接触面的不匹配是整流的关键^[14-15];交换体系两端温度差时,不同结构的能谱会从交叠(在利于导热)变为非交叠(阻碍导热),从而实现热导率的方向性变化。在此基础上,利用非线性晶格的热晶体管^[16]、热逻辑门^[17]、热存储器^[18]等热计算元器件及热抽运^[19](shuttling,即无外部温差时的热输运)器件也被设计出来。此后这种基于微观声子热整流的研究对象也从规则的晶格扩展到复杂网络结构^[20-21]。而在实验上,基于准一维材料(修饰过的非均匀碳纳米管或氮化硼纳米管)的热整流器也被制备出来(归因于非线性体系中的孤子输运),最高整流比可以达到 7%左右(这里整流比定义为两方向热流差与其中更大热流之比)^[22]。

然而因为很难精准匹配理论要求的声子谱,实际材料制备的微纳尺度热二极管的整流比往往并不高^[23],这也促使部分研究者回到宏观尺寸的体材料,在经典傅里叶定律框架下设计热二极管。Hu 等^[24]研究了 FK 晶格与 ϕ^4 晶格的热导率对温度的依赖关系,发现这两段晶格可以组成热二极管,并考察了对应的实际宏观材料,如石英与钻石。Peyrard^[25]指出对温度 T 与空间 x 同时变化的热导率 $\kappa(x, T)$ 是产生整流的条件(且热导率不可写成空间函数与温度函数之积,即不可分),而最简单的例子即两段热导率对温度具有不同依赖关系(且不成比例关系)的均匀材料组成的非对称结构,他也考察了该结构相对应的非线性晶格模型。Go 等^[26]则进一步指出不可分的温度与空间变化的热导率只是整流的不充分条件,而可分性一定导致整流效应的缺失。需要指出这种对不可分性的分析基于一维且没有内部热源的热导体体系。Dames^[5]计算了由两种热导率对温度具有不同幂次关系(正比于 T^{n_1} 或 T^{n_2})的材料组成的准一维热二极管的整流比 λ ,在两端温差

(高温源 T_H , 低温源 T_L) 不大的情况下其上限满足

$$\lambda_{\max} \approx \frac{1}{4} |n_1 - n_2| \frac{T_H - T_L}{T_H + T_L}。实验上,用两种钙钛矿$$

氧化钴材料 LaCoO_3 、 $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{CoO}_3$ (热导率分别对温度呈现二次与三次多项式关系^[23])实现了毫米级别的热二极管,两个方向的热流比为 1.43,即 30%左右的整流比^[27]。可以看出,使用具有温度响应热导率或者说非线性的体材料进行热整流的设计也相当有效。而在整流效应之外,如何利用非线性体材料设计更多的热调控功能器件这一问题也启发研究者将非线性材料引入热超构材料的设计中。

热超构材料^[28-30]具有自然材料所不具备的热学性质,是近十余年来兴起的利用人工结构调节热流运输的领域,始于 2008 年 Fan 等^[31]在热传导上建立变换理论并预言热隐身斗篷的存在。此后,随着理论及实验制备技术的发展,各种具备新奇功能的热学调控器件如热聚集器^[32]、热旋转器^[32]、热透镜^[33]、热变色龙^[34]、热放大器^[35]等相继出现。值得注意的是,大多数研究中涉及的材料都没有考虑自身热导率对温度或者其他环境因素的响应,即线性导热材料。要将非线性因素,或者更具体的说,热导率对温度的依赖关系引入热超构材料的研究,促使研究者从两个方面思考。一方面,原有的理论方法与结构设计是否能继续应用于非线性导热情形?另一方面,当考虑非线性的热导率之后,是否能通过新的理论或结构来设计具备新的调控功能的热学器件,并且这些功能是线性热导率所不能实现的?在本文中我们将介绍利用温度响应性(包括材料热导率自身直接的非线性及材料结构对温度的响应等其他机制导致的非线性热导率)设计、制备热超构材料的相关进展,涉及的方法与所实现的热学调控功能既有对线性导热框架下热超构材料的继承,更有所扩展与突破。

1 非线性变换热学

变换理论是设计超构材料的主要方法之一,首先被应用于电磁波的调控^[36-37],核心思想即通过设计特定的材料属性模仿时空弯曲的效果。在热学中,变换理论首先被应用于线性热传导框架^[31,38]。2015 年, Li 等^[39]将变换理论拓展到稳态非线性热传导情

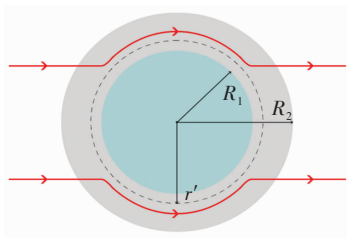
形,证明了控制方程在任意坐标变换下具有形式不变性。此时热导率可以与温度相关,即 $\kappa(T)$ 。Li 等^[40]在此后将这一结论扩展到瞬态非线性热传导情形。

1.1 热隐身斗篷

这一结论首先意味着此前基于线性导热材料设计的变换理论设计的各种器件可以直接扩展到非线性导热材料中,如热隐身斗篷,见图 1。热隐身斗篷通常被覆盖在某一物体上,使得斗篷内的该物体不会影响斗篷外背景的温度分布,宛如斗篷内的物体不存在一样。设计隐身斗篷在二维情形下常用的几何变换 $(r, \theta) \rightarrow (r', \theta')$ 为

$$r' = r \frac{R_2}{R_2 - R_1} + R_1,$$

其中 $0 < r < R_2$ 。这是一个圆形到环形的变换(严格来说不包括圆心到内环的映射),此时隐身斗篷的热导率一般各向异性,且在极坐标下为对角矩阵。若变换前的材料热导率记为 κ_m (一般假设变换前空间均匀,即认为 κ_m 也是变换区域外部背景的热导率),则隐身斗篷的径向热导率分布为 $\kappa_{r'r'} = \kappa_m \times \frac{r' - R_1}{r'}$, 横向热导率分布为 $\kappa_{\theta'\theta'} = \kappa_m \frac{r'}{r' - R_1}$ ^[41],都与温度无关。



外环区域为热隐身斗篷;内部圆形区域为斗篷内部。

图 1 热隐身斗篷的示意图^[39]

Fig. 1 Schematic graph of a thermal cloak^[39]

根据非线性变换热学理论,热隐身斗篷也可应用于背景为非线性导热材料的情形,此时热导率的变换规则形式上与线性导热的情形相同,只需要将 κ_m 理解成与温度相关的 $\kappa_m(T)$ 。此后 Xu 等基于远场热辐射中的 Rosseland 扩散近似模型^[42]建立了同时考虑传导与辐射的多热场变换理论^[43],这是一种特殊的非线性变换热学理论,整个体系在数学形式上与傅里叶定律下的热传导相同,总热流 \mathbf{j} 为传导

热流 $\mathbf{j}_{con} = -k\nabla T$ 与辐射热流 $\mathbf{j}_{rad} = -\gamma T^3 \nabla T$ 之和。此时可以将 $\kappa + \gamma T^3$ 理解成总的非线性热导率,其中 κ 是传导贡献的部分, γT^3 是辐射贡献的温度依赖的热导率。根据 Rosseland 扩散近似模型, γ 是与材料折射率 n 及 Rosseland 平均消光系数 β 有关的物理量(辐射热导率非线性系数),取值为 $\gamma = -16 \sigma n^2 \beta^{-1} / 3$, 其中 σ 是斯特藩-玻尔兹曼常数。此时隐身斗篷参数的传导热导率部分与线性传导时的变换规则相同,辐射部分(背景材料对应的非线性系数记为 γ_m) 参数为 $\gamma_{r'r'} = \gamma_m \frac{r' - R_1}{r'}$ 及 $\gamma_{\theta'\theta'} = \gamma_m \frac{r'}{r' - R_1}$ 。Xu 等人

据此设计了多热场隐身斗篷,即同时屏蔽斗篷内障碍物的辐射、传导对斗篷外热信号的影响。如图 2 所示,根据传导热流 \mathbf{j}_{con} 与辐射热流 \mathbf{j}_{rad} 占比的不同,他们取 3 组不同的温度范围来进行瞬态模拟,这也可以理解成不同温度范围下热导率的线性部分与非线性部分贡献不同。从图 2 中可以看出,随着时间变化,背景等温线保持笔直,这与整个区域为均匀材料的参照组的温度分布相一致,即实现了热隐身。

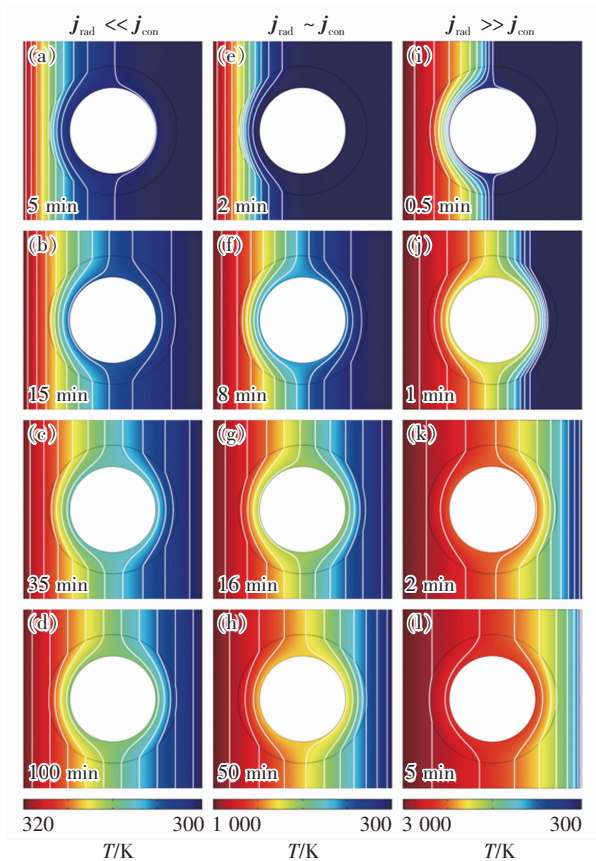
他们同时也设计了对应的热聚集器(热流在中心区域增强)与热旋转器(热流在中心区域旋转一定角度),并使用了两种均匀、各向同性材料组成的多层结构来实现所需的各向异性参数的效果。实际上将辐射的传热效果用等效热导率来表示是一种常见做法,比如衡量行星内部辐射^[44-45]与气凝胶材料^[46-47]在高温下的导热属性。这也说明热传导中非线性因素的引入也可靠其他传热机制来实现。

1.2 可开关智能器件

而为了实现线性导热材料所不具备的更灵活的调控功能, Li 等^[39]利用强非线性导热材料设计了可开关的稳态热隐身斗篷,即只在一定温度范围内隐身效果打开。一种设计方法是对线性情形下的几何变换进行修正, Li 等人给出的参数为

$$r' = r \frac{R_2}{R_2 - \tilde{R}_1(T)} + \tilde{R}_1(T),$$

其中 $\tilde{R}_1(T)$ 可以根据隐身斗篷工作温度范围的高低



(a—d)、(e—h)、(i—l)分别对应辐射热流远小于传导热流(300~360 K)、辐射热流与传导热流相当(300~1 000 K)及辐射热流远大于传导热流(300~3 000 K)的情况。背景参数:传导热导率为 $1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,密度与比热之积为 $10^6 \text{ J}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$,折射率为 1, Rosseland 平均消光系数为 100 m^{-1} 。模拟尺寸:整个体系为边长 10 cm 的正方形, R_1 为 2.4 cm , R_2 为 3.6 cm 。

图 2 基于 Rosseland 辐射模型的多热场瞬态隐身斗篷数值模拟结果^[43]

Fig. 2 Simulation results of a transient thermal cloak for conduction and Rosseland radiation model^[43]

分为两种。当工作温度高于 T_c 时(A 型隐身斗篷)取

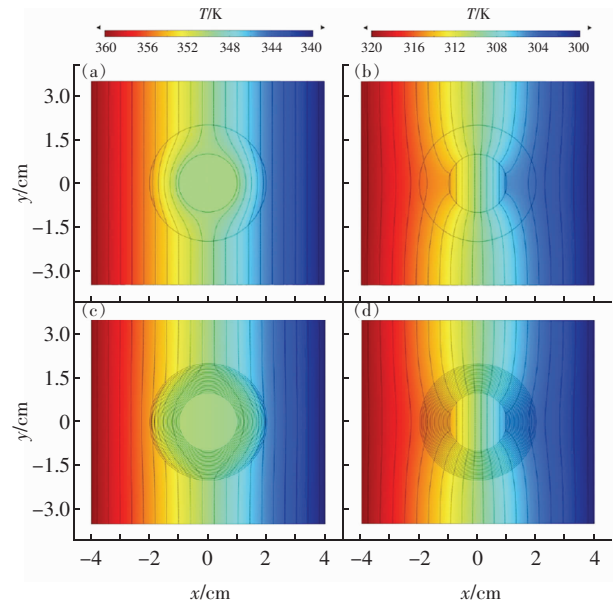
$$\tilde{R}_1(T) = R_1(1 - 1/(1 + e^{\delta(T - T_c)})),$$

当工作温度低于 T_c 时(B 型隐身斗篷)取

$$\tilde{R}_1(T) = R_1/(1 + e^{\delta(T - T_c)}).$$

$\tilde{R}_1(T)$ 的两个表达式中都包含 Logistic 函数 $1/(1 + e^{\delta(T - T_c)})$ 的成分,该函数是一类典型的 S 型函数,在临界温度 T_c 附近函数值可以迅速在 0 与 1 之间转换,可起到开关作用,其中 δ 是控制临界温度附近工作状态改变快慢的一个缩放因子。此时,隐身斗篷

的热导率分布可以表示为径向热导率 $\kappa_{r,r'} = r'/(r' - \tilde{R}_1(T))$, 横向热导率 $\kappa_{\theta,\theta'} = (r' - \tilde{R}_1(T))/r'$ 。如图 3 (a—b), 有限元数值模拟显示了 A 型可开关隐身斗篷在不同边界热源(施加在左右两端)条件下隐身功能打开与关闭的情况, 模拟与理论预约相符。同时, 由于自然材料中难以直接找到对应各向异性且温度依赖的导热材料, 他们也使用两种各向同性、温度依赖的导热材料以层状交替排布(如图 3(c—d))来逼近需要的热导率分布。这两种材料的热导率分别为 $\kappa_a + (\kappa_m - \kappa_a)/(1 + e^{\delta(T - T_c)})$ 与 $\kappa_b + (\kappa_m - \kappa_b)/(1 + e^{\delta(T - T_c)})$, 并且满足 $\sqrt{\kappa_a \kappa_b} \approx \kappa_m$ 。可知在温度高于 T_c 时两种材料的热导率分别迅速趋于 κ_a 与 κ_b 从而实现热隐身, 而在温度低于 T_c 时都迅速趋于 κ_m 即与背景材料相同, 没有隐身效果。模拟结果显示该结构也较好实现了可开关隐身斗篷。



临界温度为 330 K , 整个体系为边长 8 cm 的正方形, 背景热导率 κ_0 为 $1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 在隐身斗篷内放置热导率为 $0.01 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 的障碍物。(a)、(b)分别为严格按照理论给出的各向异性热导率参数设计的隐身斗篷在高温环境(340~360 K)与低温环境(300~320 K)下的表现。(c)、(d)分别为根据有效媒质理论设计的层状结构可开关隐身斗篷在高温环境与低温环境下的表现。其他参数: R_1 为 1 cm , R_2 为 2 cm , κ_a 为 $0.1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, κ_b 为 $10 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 。

图 3 A 型可开关隐身斗篷的温度分布数值模拟结果^[39]

Fig. 3 Simulation results of a type-A switchable thermal cloak^[39]

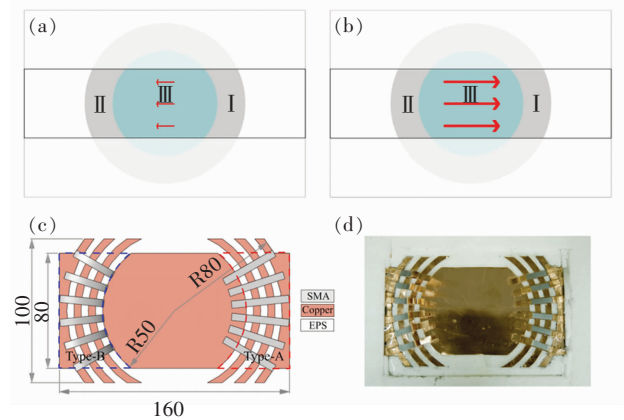
此后,Shen 等^[48]也根据非线性变换热学理论设计了可在隐身与聚集间切换功能的器件以及瞬态可开关的热聚集器^[40](此时除了调制特定的热导率分布,还需要考虑材料密度与比热的设计)。这类器件可以根据环境温度决定是否工作或者根据不同温度实现不同功能,从而属于智能或主动热调控器件。

1.3 宏观热二极管

Li 等^[39]从可开关热隐身斗篷的结构中得到启示,进一步设计了宏观热二极管。如图 4(a—b),中间框内的区域为准一维的宏观热二极管结构,分为 3 个区域,区域 I、II、III 分别为 A 型可开关隐身斗篷(高温工作)的部分结构、B 型可开关隐身斗篷(低温工作)的部分结构、热的良导体(如铜)。这个结构显然是非对称且强非线性的,区域 I、II 中的热导率总体上属于临界温度不同的 Logistic 函数形式,从而可以预计有一定的整流作用,这也被数值模拟所证实。

他们也利用形状记忆合金(shape memory alloys, SMA)在实验上实现了这种宏观热二极管。形状记忆合金是一种特殊的相变材料,能够温度改变时发生形变,从而与其他介质接触或断开并影响传热效率。相变可以视为一种极端的非线性关系,并恰好满足 Logistic 函数形式的热导率要求。如图 4(c—d)与图 5,实验样品中的隐身斗篷部分由铜与发泡聚苯乙烯交替组成隐身斗篷所需的弧形多层机构,并在上面放置条状的 SMA(两侧的 SMA 在被加热时的形变方向相反,区域 I 内的 SMA 在高温时向上翘起,而区域 II 内的 SMA 在低温时向上翘起),中间是铜板。交换冷热源使得 SMA 从翘起(断路状态)变为与下方材料接触(导通状态),即实现了整流效果。2020 年 Kasali 等^[49]利用二氧化钒与聚乙烯(PE)两种相变材料设计的热二极管与 Li 等设计的宏观热二极管具有相似的原理。二氧化钒可在 340~345 K 的温度范围内发生金属-绝缘体相变,从而剧烈改变材料的热导率(随温度升高而升高)、光学吸收率、介电常数等性质,具有广泛的应用^[50]。与之相似,聚乙烯的热导率在 395~400 K 的温度范围内也发生急剧变化(随温度升高而降低),它与二氧化钒的热导率都可以用 Logistic 型函数 $\kappa_H +$

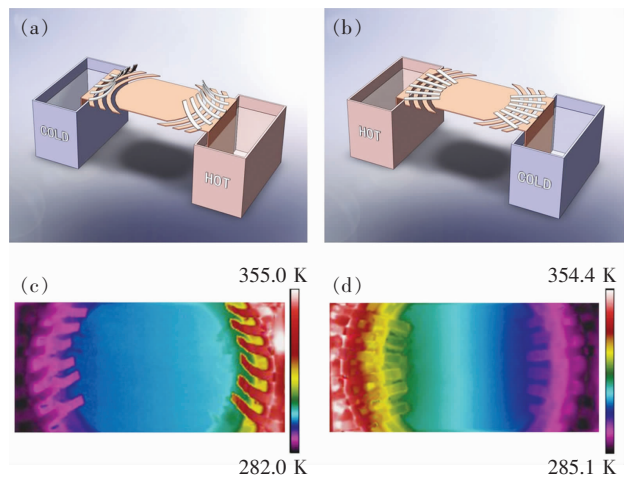
$(\kappa_L - \kappa_H)/(1 + e^{\delta(T - T_c)})$ 来表示(κ_H 为高温下的热导率, κ_L 为低温下的热导率)。在 250 K 的温差下,通过二氧化钒与聚乙烯相接触的两组分结构,他们实现了约 60%的整流比。



(a)、(b)为宏观热二极管的设计示意图,分别对应左右两端高低温热源交换时的情形。中间黑框内为热二极管,区域 I、II 对应不同类型可开关隐身斗篷的一部分,区域 III 对应良导体;黑框外为区域 I、II 对应可开关隐身斗篷的完整形状。图中区域 III 内的箭头表示交换左右热源两个方向的热流会有差异。(c)为实验样品的具体结构设计图(单位为 mm),由铜(Copper)、形状记忆合金(SMA)与发泡聚苯乙烯(EPS)组成,铜基底整体长 16 cm、宽 8 cm。(d)为实验样品实物照片。

图 4 宏观热二极管^[39]

Fig. 4 A macroscopic thermal diode^[39]



(a)、(b)为宏观热二极管实验装置示意图,分别对应两侧 SMA 金属片翘起(关闭)或平直(导通)的情形,左右两端为水浴热源,温度分别为 363 K 与 273 K;(c)、(d)为实验测得的两个状态下的温度分布图。

图 5 宏观热二极管实验结果^[39]

Fig. 5 Experimental results of the macroscopic thermal diode^[39]

2 非线性散射相消理论

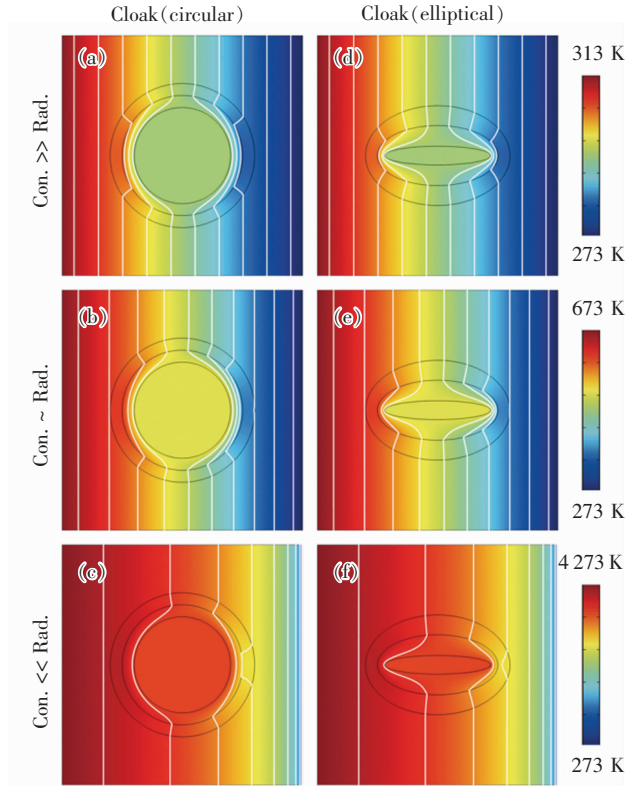
散射相消理论^[51]是超构材料领域常用的方法之一,在热超构材料中最初被应用于设计双层(bilayer)隐身斗篷^[52-53],其中每一层材料都是均匀各向同性材料,从而避免了变换理论对隐身斗篷热导率各向异性的苛刻要求。散射相消理论可以一般理解成是根据所需要的物理场分布直接求解物理场控制方程的第一性原理方法,在宏观热传导中即求解傅里叶传热定律(均匀各向同性材料、稳态下即拉普拉斯方程)。下面介绍直接求解含有温度依赖热导率的傅里叶定律(即变热导系数问题)而设计的一些热调控器件。

2.1 双层隐身斗篷

将双层热隐身斗篷推广到非线性导热情形并不只是一个简单的类比,因为求解非线性热传导方程往往更为困难。Xu 等^[54]基于 Rosseland 扩散近似引入非线性的辐射热导率,直接求解传热方程 $\nabla((\kappa + \gamma T^3)\nabla T) = 0$ (见 1.1 节),设计了传导、辐射同时存在下的多热场双层隐身斗篷。通过类似基尔霍夫变换的方法,他们将传热方程化为某个温度相关标量的拉普拉斯方程,并根据解出的温度分布计算得到了一般的核-壳结构的总的等效热导率(等效热导率与平均温度梯度之积等于平均热流),从而根据热隐身的判定条件(等效热导率与背景相同)精确给出了双层斗篷中外层材料热导率 κ 与辐射热导率系数 γ (取折射率为 1,则调制 Rosseland 平均消光系数 β)的取值,此时斗篷的内层材料必须绝热即热导率为零。如图 6 所示,他们设计了圆形与椭圆形结构的热隐身斗篷,并通过在左右两侧施加不同温度的热源做了 3 组对应的模拟,使得传导(线性热导率部分)与辐射(非线性热导率部分)对热流的贡献占比不同的情形都得到了验证。由于数值模拟中无法出现零值热导率,斗篷内层的传导热导率 κ 与 Rosseland 平均消光系数的倒数都设置为相对背景材料取值的小量。

基于同样的方法,他们也设计了适用于多热场或非线性热传导的热透明(transparency)、热扩展器(expander)等器件,并讨论了计算得出的参数在瞬

态传热下的适用情况。此后,Su 等人^[55]将这一理论推广到更一般的对温度呈多项式关系的非线性热导率形式,并设计了可实现低温聚集、高温隐身的功能转换热调控器件。



整个模拟体系为边长 10 cm 的正方形,背景材料的热导率取 $1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,Rosseland 平均消光系数取 100 m^{-1} 。(a-c)为环形双层斗篷,斗篷内层半径为 2 cm,热导率取 $10^5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,Rosseland 平均消光系数取 10^{-5} m^{-1} ;斗篷外层半径为 3 cm,热导率取 $5.54 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,Rosseland 平均消光系数取 18.1 m^{-1} 。(d-f)为椭圆形双层斗篷,内层长短半轴分别为 2.5,1.5 cm,热导率取 $10^5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,Rosseland 平均消光系数取 10^{-5} m^{-1} ;外层长短半轴分别为 3,2.08 cm,热导率取 $2.35 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$,Rosseland 平均消光系数取 42.5 m^{-1} 。从上到下 3 组模拟的右侧低温热源都是 273 K,右侧高温热源依次取 313,673 与 4273 K,分别对应传导(Con.)热流远大于、相当于与远小于辐射(Rad.)热流的情形。

图 6 传导、辐射多热场或非线性导热材料双层热隐身斗篷的温度分布数值模拟结果^[54]

Fig. 6 Simulation results of bilayer cloaks for multithermotics/nonlinear conduction^[54]

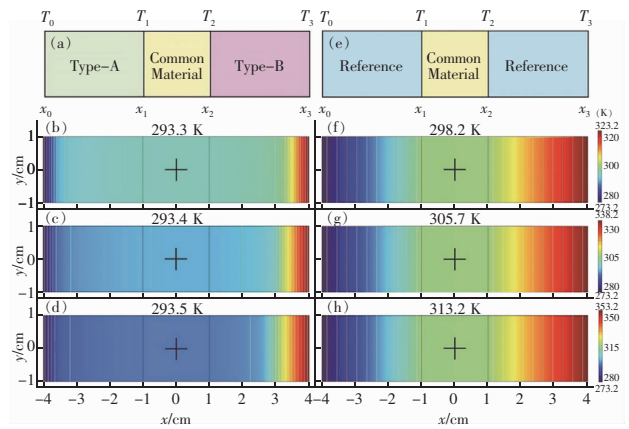
2.2 温度捕获理论

如上文中提到,热隐身斗篷可以使得内部物体不会影响外部背景的温度分布;此外根据一般的认识,因为斗篷(一般为环形)内圈的径向(此时也为界面法向)热导率为零,斗篷也防止了热流进入内

部物体。然而常规线性导热材料制备的热隐身斗篷内部的温度会随着环境温度的变化而变化,这意味着瞬态过程中必然有热流进入斗篷内部,因为无论是数值模拟还是实验,斗篷内圈的径向热导率都不可能取绝对的零值。举例来说,如果热隐身斗篷置于背景的中心,在背景左右两侧加上高低热源,温度分别为 T_H 和 T_L ,那么在整个系统达到稳态后,斗篷内部的温度将是 $(T_H + T_L)/2$,而不是保留在初始值。如果要斗篷内部区域维持在某一特定温度,则必须要引入额外的能量来实现,一个实际的例子就是空调系统。这种有害的特征大大削弱了热隐身斗篷的实际应用价值。2016 年,基于非线性导热材料,Shen 等^[56]设计了一种零能耗保温的器件,即无需外部能量的输入就可维持某一区域在特定温度上。

首先,他们提出了一种温度捕获 (temperature trapping) 理论,用一种准一维的三组分非对称结构来实现零能耗保温的目标。图 7(a) 中零能耗保温器件模型的左右两侧区域分别应用两种相变材料,称为 Type-A (A 型) 和 Type-B (B 型)。这两种材料的相变温度相同,区别在于 A 型材料在高温时是热的良导体,而在低温时是热的不良导体;B 型材料的相变方向正好与之相反。两种相变材料的热导率都满足 Logistic 函数的形式,可以分别表示成 $\kappa_A = \varepsilon + \Xi e^{T-T_c} / (1 + e^{\delta(T-T_c)})$ 及 $\kappa_B = \varepsilon + \Xi / (1 + e^{\delta(T-T_c)})$, 其中 ε 是小量而 Ξ 很大。中间区域是一种热的良导体材料,该区域也是希望保温的区域。通过求解稳态非线性传热方程,Shen 等人证明了中间区域的温度只取决于 A、B 材料的相变温度,不再受到环境温度(即左右两端施加的热源)的影响。在图 7(e) 中他们设计了一组对比模型,即将左右区域替换为常规的线性材料。有限元模拟的结果验证了温度捕获理论。在环境温度大幅变化的条件下,左边一列设计的模型中心区域几乎保持恒温,而右边一列参照组的中心温度随着环境温度而变化。

实验上,他们应用了此前在宏观热二极管实验中已经发挥过作用的两种类型的 SMA 来制备多级双金属片结构(如图 8(a—b)),实现了理论所要求的非线性热导率(如图 8(c)),并且实验结果与理论预测的结果非常相近。基于温度捕获理论,Shen 等



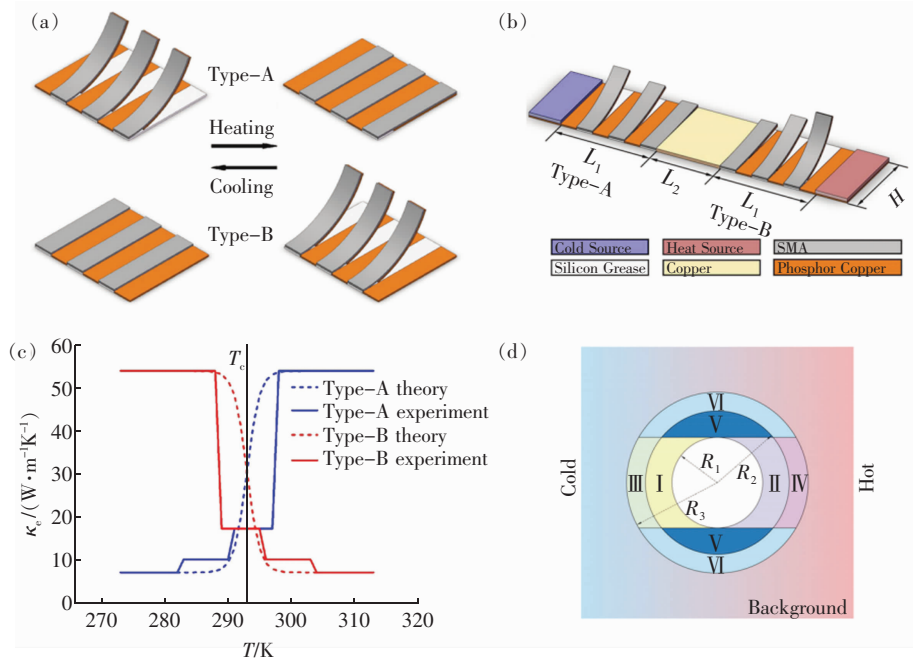
(a)左右为非线性相变材料的零能耗保温器模型。(b—d)为针对(a)中模型,在不同环境温度梯度下的温度分布数值模拟结果,其中左边低温热源固定为 273.2 K,右边高温热源分别为(b)323.2 K、(c)338.2 K、(d)353.2 K。(e)左右为常规线性材料的参照组。(f—h)为针对(e)中模型,在不同环境温度梯度下的模拟结果。整个器件长 8 cm、宽 2 cm,中间保温区域长 2 cm,A、B 型非线性材料各长 3 cm。非线性材料热导率参数: ε 为 0.4 W/(m·K), Ξ 为 49.6 W/(m·K), δ 为 1 K⁻¹, T_c 为 293.2 K;中间保温区域材料热导率为 400 W/(m·K);两侧区域中参照组材料热导率为 50 W/(m·K)。

图 7 温度捕获理论对应的零能耗保温器模型^[56]

Fig. 7 Energy-free maintenance based on temperature trapping theory^[56]

人进一步优化了双层热隐身斗篷,设计了恒温热隐身斗篷。与线性材料制备的双层热隐身斗篷不同的是,恒温热隐身斗篷内层分为 I、II、V 3 个区域,外层分为 III、IV、VI 3 个区域(如图 8(d)),除了 V、VI 两个区域使用线性材料外,其他区域都使用相变材料。4 种相变材料临界温度相同,且每一层中的两种相变材料在加热时趋于高低不同的导热状态。数值模拟结果显示这种结构的隐身斗篷中心区域的温度取决于相变温度。这种利用相变材料与非对称结构的保温器设计最近也被推广到同时考虑传导与辐射传热的体系中^[57]。

Wang 等^[58]在以上工作的基础上,在零能耗保温系统中引入热电效应,实现了在零能耗保温的基础上对外发电的功能。图 7(a)模型的中间良导体区域保温,环境(热源)温差产生的温度梯度将集中于左右两侧的非线性材料上,因此,当该材料具有热电效应时,它会将整个环境温差都用于形成热电势,即在保温的同时产生温差电动势,进而可以对外做



(a)为磷铜与SMA组成的多级双金属片结构示意图。A型在加热时SMA从翘起变为平直,与周围磷铜片接触,为高热导态;B型与之相反,在冷却时为高热导态。SMA翘起时底部露出硅脂。(b)为利用该双金属片结构的零能耗保温器设计图,保温区域使用的良导体为铜。(c)中给出了理论要求的A、B型材料与(a)中两种多级金属片结构的热导率随温度的变化。理论上要求的热导率接近Logistic函数给出的S型曲线,实验上用到的多级金属片结构的热导率基本与之吻合。(d)为利用温度捕获理论设计的斗篷内温度不随环境变化的热隐身斗篷的结构示意图。

图8 利用形状记忆合金设计的零能耗保温器及优化的隐身斗篷^[56]

Fig. 8 Structure of the energy-free maintenance device based on SMA and its application on an optimized cloak^[56]

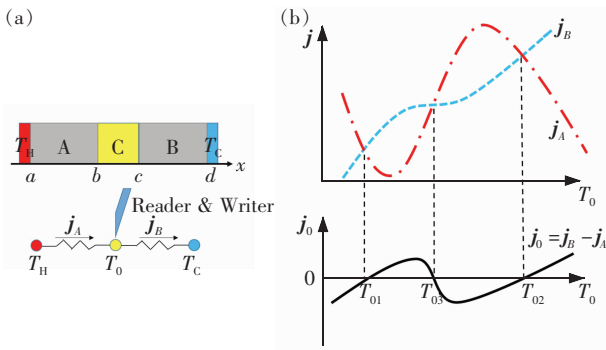
功。此外,他们还提出了当热场与电场耦合时双层热电隐身衣的设计原理,给出了耦合场下隐身衣的制备参数要求。在这个双层热电隐身衣的基础上,通过给予整个系统某一均匀热电耦合系数(即赛贝克系数),在将内层材料替换为热参数和电参数的同时,在某一临界温度发生相变的材料后(同样可通过SMA实现),成功实现了中心恒温的热电隐身斗篷。该斗篷在中心区域恒温的基础上,具有对外发电的新功能,在节能建筑、汽车、飞行器等方面有潜在的应用价值。

2.3 宏观热学双稳

双(多)稳是一种典型的非线性效应,即体系在相同的环境参数下能够具有两(多)个稳态,如人们熟知的磁滞效应,被广泛用于信息存储、开关、布尔运算的实现。2008年,Wang等^[18]根据非线性的FK晶格及其负微分热阻效应在理论上实现了微纳尺度的热学双稳及热存储器的设计,并在2011年由Xie等^[59]通过二氧化钒纳米束在相变时产生的热滞

效应在实验上制备了热存储器及设计了施密特触发器。2020年,Wang等^[60]提出了宏观热学双稳现象并设计了对应的热存储器件。他们仿照前人采用的准一维三组分结构,如图9(a)所示,该结构由A、B、C3部分组成,并在左右两端施加热源。C区域设置为良导体,并且相对A、B区域较窄。由于热导率较高,C区域趋于一致的温度分布,净热流近似为零,可以作为读取温度的区域。此时双稳的目标被设定为C区域在稳态时可以有二个不同的温度取值,为此A、B区域的热导率必须至少有一个为非线性。通过A、B区域内热流与C区域温度之间关系的定性分析,Wang等发现一种简单的参数选择即A区域热导率与温度呈二次多项式关系而B区域热导率与温度无关,并利用基尔霍夫变换求解非线性传热方程得出了A、B区域的热导率,这也与另一种平均热流法得出的结论相一致。A区域内的热导率可以一般表示为

$$\kappa_A = \kappa_{A0} + \chi_{A1} T + \chi_{A2} T^2,$$



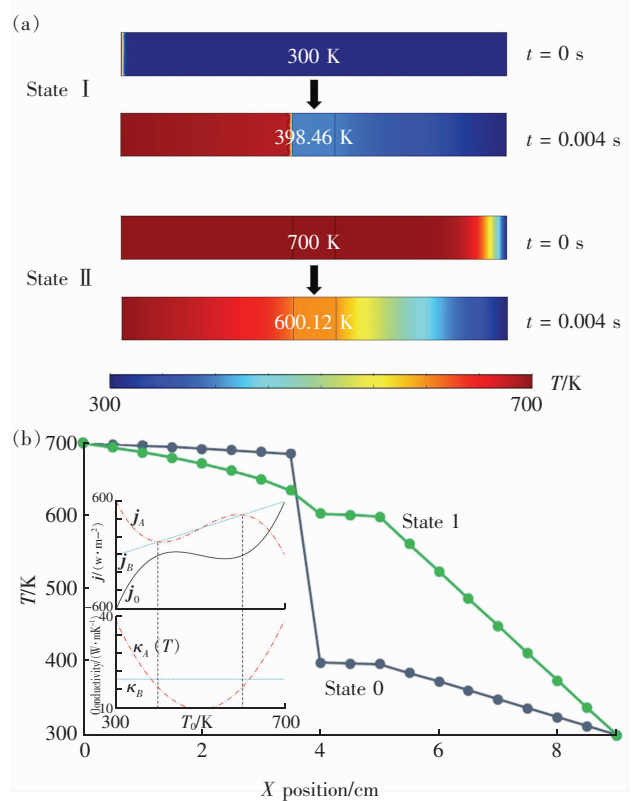
(a)宏观热学双稳的设计示意图;(b)展示了 A、B 区域中热流 j_A 、 j_B 对 C 区域中温度 T_0 的关系,稳态时必须两热流相等,即对应图中热流曲线的交点。双稳的出现需要两个交点,此时至少需要一个区域内的热流呈抛物线形式,对应热导率为温度的二次多项式。

图 9 宏观热学双稳结构及其热流分析^[60]

Fig. 9 Schematic graph of macroscopic thermal bistability and its heat flux analysis^[60]

根据计算可以发现该关系式中的二次项系数 χ_{A2} 与一次项系数 χ_{A1} 符号相反,这也与双稳的产生需要两种作用相反的机制相竞争(这里阻碍与利于传热)这一基本原理相符合。

他们也用有限元数值模拟验证了理论得出的参数。如图 10(a)所示,整个热学双稳器件长 9 cm,宽 1 cm,左右两侧非线性材料(A、B 区域)长 4 cm,中间良导体材料(C 区域)长 1 cm,左右高低热源分别为 700 K 与 300 K。状态 1(State I)中整个器件的初始温度设置为 300 K,而在状态 2(State II)中设置为 700 K。模拟结果显示两个初始态在到达稳态(弛豫时间不超过 0.004 s)时 C 区域中心趋于不同的温度分布,当然整个器件的温度分布也不相同,即实现了热学双稳。C 区域中心的两个稳态温度可以分别代表信号 0 与信号 1。他们也用该器件模拟了热学信息(温度)存储的完整过程,见图 10(b),包括初始化(输入 300 K 的初始温度)、读取(趋于 State I 的稳态后读取 C 区域中心温度)、写入(再次输入 700 K 的初始温度)与读取(趋于 State II 的稳态后读取 C 区域中心温度)。两个稳态之间的转变时间约为 0.004 s,这依赖于材料的热扩散率。热导率对温度呈二次多项式关系的自然材料包括二氧化锆。Wang 等人也根据温度捕获理论设计了利用 SMA 实现这项功能的多级金属片结构。



(a)为两个态(State I 与 State II)的初始温度分布与稳态温度分布,并标出了 C 区域中心的温度。(b)为一个完整的热存储过程中 C 区域中心温度随时间的变化过程。A 区域的热导率参数: κ_{A0} 取 290 W/(m·K), χ_{A1} 取 -1.2 W/(m·K²), χ_{A2} 取 0.001 2 W/(m·K²)。B 区域热导率为 6 W/(m·K);C 区域热导率为 1 000 W/(m·K)。所有材料的密度与比热均设置为 10 kg/m³ 与 10 J/(kg·K)。

图 10 宏观热学双稳及热存储过程数值模拟结果^[60]

Fig. 10 Simulation results of macroscopic thermal bistability and memory^[60]

3 非线性导热复合材料的热导率计算

在线性热传导框架内的热超材料设计中,使用各种结构的复合材料来匹配需要的热导率分布已经成为器件制备的重要手段,因此有效媒质理论(或有效媒质近似)^[61]等预测复合材料等效物性尤其是等效热导率的方法也被经常使用。当非线性导热材料被纳入热超构材料的设计中,也必然要求提升预测非线性导热复合材料等效热导率的能力。下面介绍课题组针对不同的复合结构发展的非线性等效热导率的计算方法及部分应用。在 2.1 节中也提到了核-壳结构非线性等效热导率的计算,其与下

文内容的区别在于前者是一种完全基于控制方程的精确求解,而下文内容涉及的方法则属于(有效媒质)近似理论。

3.1 核-壳结构

因其良好的对称性,核-壳结构可以说是热超构材料设计中最常用的结构,如线性导热材料制备的热隐身斗篷^[32]、热变色龙^[34]、热放大器^[35]等。Yang等^[62]考虑了具有非线性热导率的核-壳结构(如图11(a)),核的半径为 r_1 ,壳的半径为 r_2 。核为非线性材料,壳及背景为线性材料。特别地,壳的热导率各向异性(记为二阶张量 $\vec{\kappa}_s$)且在二维情形下可用极坐标表示成对角的 $(\kappa_{rr}, \kappa_{\theta\theta})$ 。他们考虑核的热导率 κ_c 为 $\kappa_c = \kappa_{c0} + \chi_c T^\alpha$,其中 κ_{c0} 为热导率的线性部分, χ_c 为热导率的非线性系数。在非线性光学中,非线性极化系数的增强是一种重要现象^[63]。Yang等^[62]考虑核中热导率的非线性部分远小于线性部分的情况,即弱非线性或微扰非线性,并将整个结构置于边长为 a 的正方形区域的中心并在左右边界施加热源。此时核-壳结构的等效热导率 κ_e 可以通过级

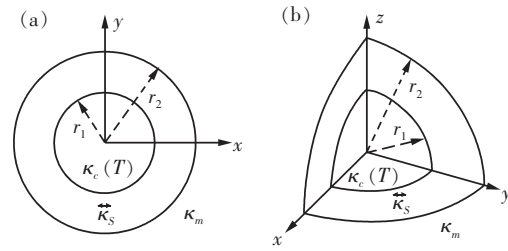
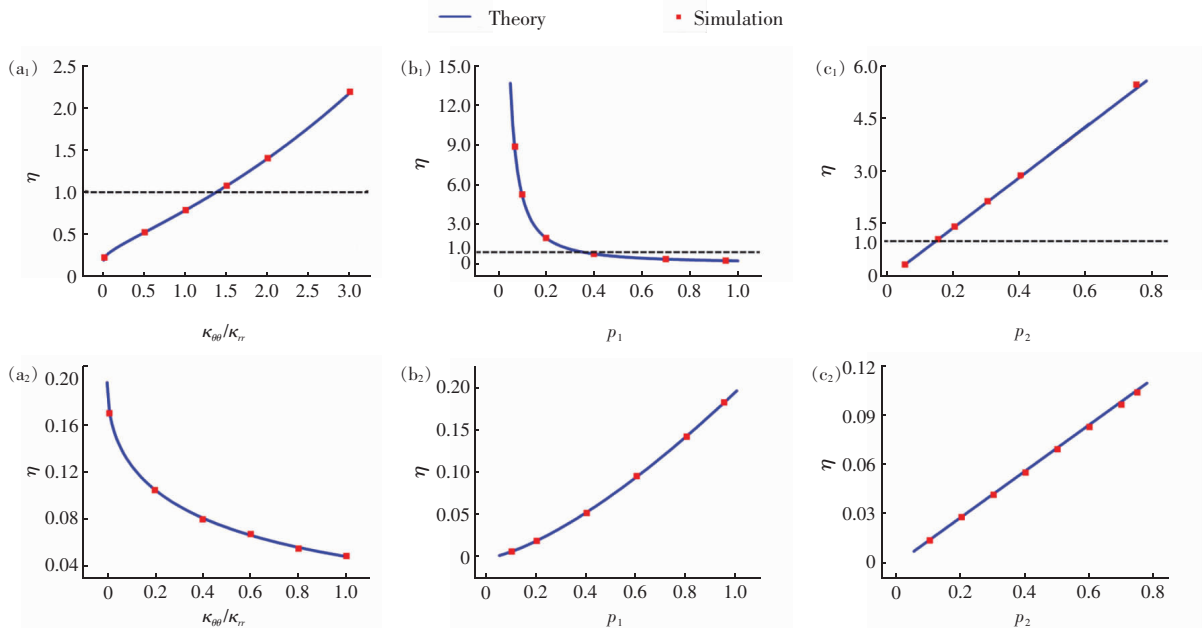


图 11 二维、三维核-壳结构示意图^[62]

Fig. 11 Two/three-dimensional core-shell structures^[62]

数展开截取成 $\kappa_e = \kappa_{e0} + \chi_e T^\alpha$,并根据对线性材料核-壳结构等效热导率的已知结果运用微扰法计算得到了核-壳结构的等效非线性系数。他们发现非线性增强(即非线性调制系数 $\eta \triangleq \chi_e / \chi_c > 1$)需要壳中存在表观负热导率,这可以通过额外增加热源来实现,并得到有限元数值模拟的验证。图12中展示了根据 η 的表达式

$$\eta = (16u^2 \kappa_{rr}^2 \kappa_m^2 p_2^2 p_1^u) / \{u\kappa_{rr}(p_2 - 1)[\kappa_{c0} + u\kappa_{rr} + (\kappa_{c0} - u\kappa_{rr})p_1^u] + \kappa_m(p_2 + 1)[\kappa_c^{(0)} + u\kappa_{rr} - (\kappa_{c0} - u\kappa_{rr})p_1^u]^2\}$$



(a₁—c₁)为非线性调制系数 η 分别随着 $\kappa_{\theta\theta}/\kappa_{rr}$ 、 p_1 、 p_2 变化的情况,实线为理论预言值,离散点为数值模拟结果。壳的热导率满足 $\sqrt{\kappa_{rr}\kappa_{\theta\theta}} = 400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 且 κ_{rr} 、 $\kappa_{\theta\theta}$ 为负,即具有表观负热导,此时存在非线性增强($\eta > 1$)。(a₂—c₂)为 $\sqrt{\kappa_{rr}\kappa_{\theta\theta}} = 400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 且 κ_{rr} 、 $\kappa_{\theta\theta}$ 为正的结果,此时没有非线性增强。所有图中背景材料热导率为 $400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$;非线性核参数: κ_{c0} 取 $400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, χ_c 取 $0.05 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$, α 取1。其余参数为 $p_1 = 0.25$, $p_2 = \pi/16$, $\kappa_{\theta\theta}/\kappa_{rr} = 2$ 。左右边界高低热源温度分别为 $313, 273 \text{ K}$ 。

图 12 二维核-壳结构等效非线性系数增强的数值模拟结果^[62]

Fig. 12 Simulation results of nonlinear coefficient enhancement in 2D core-shell structures^[62]

给出的理论预测与有限元数值模拟结果的对照,其中 κ_m 是背景材料热导率,且 $u = \sqrt{\kappa_{\theta\theta}/\kappa_r}$, $p_1 = (\frac{r_1}{r_2})^2$, $p_2 = \pi(\frac{r_2}{a})^2$ 。他们进一步将理论推广到三维情形(对应结构如图 11(b)所示),并得到类似的结论。

3.2 无序结构

无序或随机结构是另一种热超构材料中常用的结构,可被用来实现热伪装、热幻象^[64-65]等功能。Dai 等^[66-67]考虑无序非线性导热复合材料的两种基本情形。情形 I 中非线性颗粒(热导率 $\kappa_i = \kappa_{i0} + (T + T_{rt})^\alpha$)嵌入线性基底(热导率 $\kappa_h = \kappa_{h0}$);情形 II 中线性颗粒(热导率 $\kappa_i = \kappa_{i0}$)嵌入非线性基底(热导率 $\kappa_h = \kappa_{h0} + \chi_h (T + T_{rt})^\alpha$),其中 T_{rt} 是一个不影响最终计算结果的参考温度。如果用计算机辅助生成随机结构,则需要考虑嵌入颗粒(一般选择为圆形)在依次投入基底中时是否交叠,见图 13。如果可以交叠,则最终产生的结构具有一定的对称性,即嵌入颗粒与基底材料不可区分。

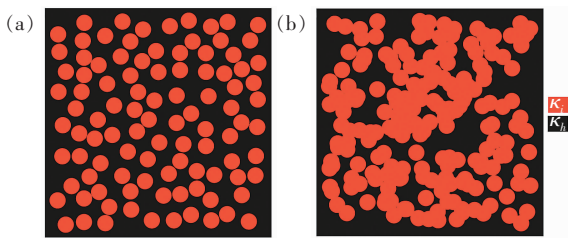


图 13 无序结构复合材料示意图^[67]

Fig. 13 Composite with disordered structures^[67]

有效媒质理论中 M&G 公式^[68]与 Bruggeman 公式^[69]可分别处理非对称(不可交叠)与对称(可交叠)这两种情况。类似于核-壳结构中的处理方法,Dai 等^[66-67]将非线性热导率代入有效媒质理论,根据微扰法得出了等效热导率 $\kappa_e = \kappa_{e0} + \chi_e (T + T_{rt})^\alpha$ 的值,其中等效线性部分 κ_{e0} 由线性材料的 M&G 公式或 Bruggeman 公式给出。具体而言,对于情形 I, M&G 公式(颗粒不可交叠)给出

$$\eta = 4f_i / (1 + \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}} + f_i - f_i \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}})^2,$$

对于情形 II, M&G 公式给出

$$\eta = [(1 - f_i^2)(1 + (\frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}})^2) + 2(1 - f_i)^2 \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}}] / (1 + \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}} + f_i - f_i \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}})^2.$$

对于情形 I, Bruggeman 公式(颗粒可交叠)给出

$$\eta = \frac{1}{2} \{ [(2f_i - 1)(2f_i - 2f_i \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}} - 1 + \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}}) + 2 \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}}] \sqrt{(2f_i - 2f_i \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}} - 1 + \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}})^2 + 4 \frac{\kappa_{h0}}{\kappa_{i0}}} + 2f_i - 1 \},$$

对于情形 II, Bruggeman 公式给出

$$\eta = \frac{1}{2} \{ [(2f_i - 1)(2f_i - 2f_i \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}} - 1 + \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}}) + 2 \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}}] \sqrt{(2f_i - 2f_i \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}} - 1 + \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}})^2 + 4 \frac{\kappa_{i0}}{\kappa_{h0}}} - 2f_i + 1 \}.$$

易知 Bruggeman 公式对应的两个结果在交换参数下标 i 与 h 后变为对方,即对称。图 14 中给出了

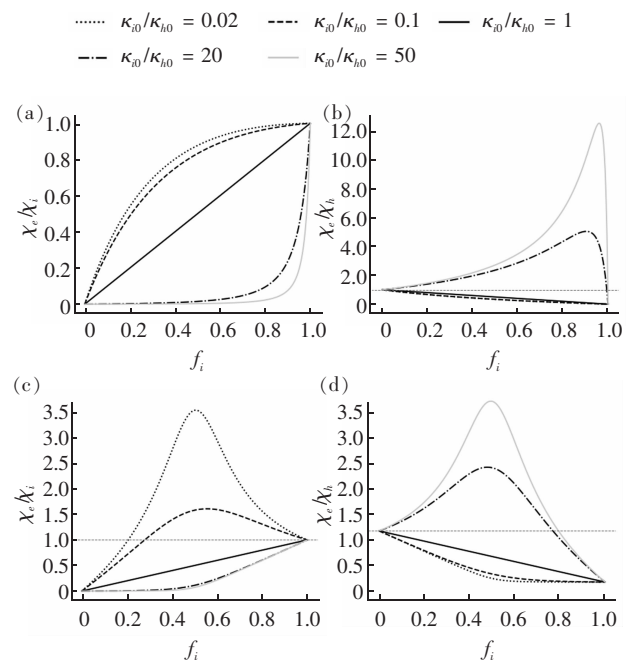


图 14 无序结构复合材料中的非线性增强效应^[67]

Fig. 14 Nonlinear enhancement in disordered composites^[67]

参数 κ_{i0}/κ_{h0} 不同取值下,非线性调制系数 $\chi_e \chi_i$ 或 $\chi_e \chi_h$ 随嵌入颗粒面积分数 f_i 变化的情况,可以看出由于对称性,两种情形下颗粒可交叠的结构都能产生非线性增强,而颗粒不可交叠的结构只能在线性颗粒嵌入非线性基底时发生。Dai 等^[66]也给出了部分结构的数值模拟结果。

3.3 周期结构

周期结构是各类人工晶体材料的基础,也在热超构材料中被用于设计热透明、热幻象等器件^[70-71]。计算周期结构复合材料等效物理属性的典型方法是基于 Rayleigh 恒等式的 Rayleigh 方法^[72],在光学或电学中即直接求解周期性系数的拉普拉斯方程,并通过数值方法确定等效物理属性的最终表达式,是一种半解析的第一性原理方法。在非线性光学中,Gu 等^[73]也发展了对应于弱非线性电导率的非线性 Rayleigh 恒等式,并通过微扰法计算电学高阶小量的控制方程,最终得到等效电导率关于电场的非线性系数。因为线性热传导与线性导电方程具有相同的形式,可以预期 Rayleigh 方法也适用于线性热传导并给出与等效电导率相似形式的等效热导率。然而,由于热导率对温度(势)的依赖关系与电导率对电场(势的梯度)的依赖关系有着根本的区别,使得在非线性热传导中使用微扰法求解高阶小量方程十分困难。

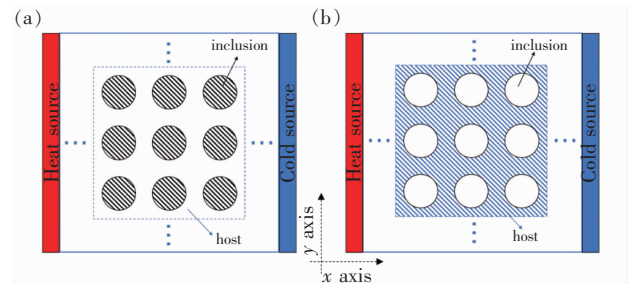
Dai 等^[74]则转而直接从求出的线性等效热导率出发,沿用核-壳结构与无序结构中使用的对温度的级数展开与截断高阶量的另一种微扰方法得到了热导率的等效非线性系数。他们依然考虑对情形 I 即非线性颗粒嵌入线性基底与情形 II 即线性颗粒嵌入非线性基底,如图 15 所示,且颗粒结构为圆形,并采用四方晶格。在 Rayleigh 方法中颗粒的形状及晶格构型对最后的计算结果有一定影响。相应的非线性调制系数分别为

$$\eta = [4\zeta f_i \kappa_{h0}^2 (\zeta(\kappa_{h0} + \kappa_{i0})^2 + f_i^4 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^2)] / [\zeta(\kappa_{h0} + \kappa_{i0})(f_i \kappa_{h0} - f_i \kappa_{i0} + \kappa_{h0} + \kappa_{i0}) - f_i^4 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^2],$$

$$\eta = [-\zeta^2 (f_i - 1)(\kappa_{h0} + \kappa_{i0})^2 ((f_i + 1)\kappa_{h0}^2 - 2(f_i - 1)\kappa_{h0}\kappa_{i0} + (f_i + 1)\kappa_{i0}^2)] / [\zeta(\kappa_{h0} + \kappa_{i0}) \cdot$$

$$(f_i \kappa_{h0} - f_i \kappa_{i0} + \kappa_{h0} + \kappa_{i0}) - f_i^4 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^2]^2 + [-2\zeta f_i^4 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^2 (2(f_i + 1)\kappa_{h0}\kappa_{i0} + \kappa_{h0}^2 + \kappa_{i0}^2) + f_i^8 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^4] / [\zeta(\kappa_{h0} + \kappa_{i0})(f_i \kappa_{h0} - f_i \kappa_{i0} + \kappa_{h0} + \kappa_{i0}) - f_i^4 (\kappa_{h0} - \kappa_{i0})^2]^2,$$

这里 $\zeta = 3.31248$ 。由于 Rayleigh 恒等式考虑了周期性颗粒间的多极矩相互作用,使得在颗粒面积分数较大时比有效媒质理论更为精确,这也可以从图 16 中理论预测与数值模拟结果的对照中看出。同时可以发现,周期结构中无论是非线性颗粒嵌入线性基底还是线性颗粒嵌入非线性基底的情形,都有可能发生非线性增强效应,前提是参数 κ_{i0}/κ_{h0} 满足一定条件。对于前者即情形 I, κ_{i0}/κ_{h0} 需要足够小,临界值约为 1/3.5;对于后者即情形 II, κ_{i0}/κ_{h0} 需要足够大,临界值约为 2.5^[67]。Dai 与 Huang^[74]也考虑了强非线性情形,给出了基底材料与嵌入颗粒的热导率为温度的相同幂次关系时,基于 Rayleigh 方法或有效媒质理论的等效热导率与等效非线性系数的解析表达式。



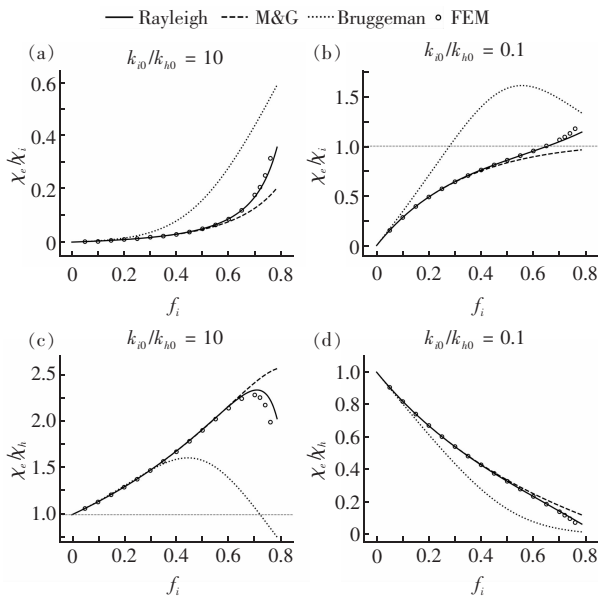
(a) 非线性颗粒嵌入线性基底; (b) 为线性颗粒嵌入非线性基底。在左右两端分别施加高低热源。

图 15 周期结构非线性复合材料示意图^[74]

Fig. 15 Nonlinear composite with periodic structures^[74]

4 总结与展望

本文介绍了近年来利用宏观尺寸的非线性导热(热导率直接或间接对温度具有响应的)材料进行热超构材料与热调控器件设计的理论研究与实验方面的进展,并希望以此为基础推动“非线性热学”这一学科的发展。可以看到,不仅以往基于线性导热材料制备超构材料的方法可以扩展到非线性热传导上并实现相似的热调控功能,而且新的功能



(a—b)为非线性颗粒嵌入线性基底的情形;(c—d)为线性颗粒嵌入非线性基底的情形。在(b—c)中存在非线性增强效应(用水平虚线标出非线性调制系数为1的临界线)。模拟中复合材料为20 cm × 20 cm的正方形,采用20 × 20的晶格,高低热源温度为313,273 K。(a)中 $\kappa_{a0} = 100 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\chi_l = 0.01 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$; (b)中 $\kappa_{a0} = 10 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\chi_l = 0.001 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$; (c)中 $\kappa_{a0} = 10 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\chi_h = 0.001 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$; (d)中 $\kappa_{a0} = 100 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\chi_h = 0.01 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}^2)$ 。所有非线性热导率的 T_n 取0, α 取1。

图 16 周期结构复合材料中的非线性增强效应^[74]

Fig. 16 Simulation results of nonlinear enhancement in periodic composites^[74]

器件尤其是具有根据环境参数实现不同功能的智能调控器件能够通过非线性导热材料制备。限于篇幅与文章框架,上文中我们主要探讨的是傅里叶传导定律下的传热,下面我们就更一般的热学中的非线性现象分3个方面进行补充、讨论及展望:

1)宏观与微观 区别于以非线性晶格中声子能谱理论为基础的微观层面的工作,课题组的相关工作可以归入宏观唯象理论的范畴。而在声子理论之外,研究者们也基于电子^[75-76](传导)、光子^[77-79](辐射)的传热机制在微观层面展开热学中非线性效应的研究。这里可以对应非线性光学做一个类比。基于具有非线性热导率的材料研究对应于非线性光学中的非线性极化理论,即非线性光学中半经典框架下的传统内容,而基于声子等载流子的微观理论可以对应于全量子理论的非线性光子学^[80]。有趣的

是,与非线性光学的发展历程相反,直接利用非线性材料(主要指体材料)的热学研究受到重视反而更晚,这也启示可以在唯象理论方面继续进行更深入的工作。同时,如何在微观与宏观间建立联系而不是完全割裂也值得思考,这有助于相关理论与器件设计适用于更大的范围,如部分工作以非线性晶格构造所需体材料的温度响应热导率^[23,25],又比如对热导率呈幂次关系的热导率及傅里叶定律也可以适用于部分微纳系统^[81]。

2)多热场与多物理场 前文中提到辐射本身在一些情形下可以等效为傅里叶定律下的非线性热导率^[42-47]。对流也很早就被应用到热整流的设计中,比如受重力与密度差驱动的自然对流具有一定的方向性,从而造成交换冷热源时热流的差异^[8]。近来,如何通过受迫对流产生 Lorentz 非互易及热整流也被广泛研究^[82-83]。辐射与对流能够带来非线性效应也启示我们其他物理场也可以有类似作用,这在微观或介观层面特别是量子系统中热电效应相关的非线性现象已经引起研究者的重视^[84]。结合传热与其他物理领域的超构材料来实现非线性热输运也是一个有意思的话题,比如利用力学超构材料中 Kirigami 折纸技艺产生的非对称受热形变来设计热二极管^[85]与热开关^[86]。

3)热波 一些非线性效应的产生要求具有极强的非线性,如双稳、开关器件等。而在波动系统如光学中,倍频、差频等现象的产生只要求具有非线性极化率即可。傅里叶定律下的热传导是典型的扩散系统,目前功能器件中利用的非线性效应也都依赖强非线性。将热波纳入“非线性热学”的研究对象无疑会丰富“非线性热学”的研究内容,比如很小(微扰)的非线性热导率也能产生高次热谐波^[65]。虽然针对热波的研究可谓历史悠久^[87],并且热波也已被纳入热超构材料的理论研究范围^[88-89],但由于行波形式的温度分布在傅里叶定律框架内会迅速衰减,所以现实中完成热波相关的调控功能还十分困难。近年来研究人员开始关注唯象的对流-传导体系中具有波动形式的温度分布下的传热效应^[90-93],例如与奇异点(exceptional point)相关的热输运^[90-92]和热波晶体^[93]等,而将波动与热学及非线性效应有效结合起来还需要在这些方面有更深入的进展。

参考文献:

- [1] KHALIL H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [2] 沈元壤. 非线性光学原理[M]. 顾世杰, 译. 北京: 科学出版社, 1987.
- [3] 钱祖文. 非线性声学[M]. 北京: 科学出版社, 1992.
- [4] 黄吉平. 非线性热学: 非线性光学在热学领域的延伸[J]. 安庆师范大学学报(自然科学版), 2019, 25(1):1-3.
- [5] DAMES C. Solid-state thermal rectification with existing bulk materials[J]. Journal of Heat Transfer, 2009, 131(6): 061301.
- [6] 栗弗席兹, 皮塔耶夫斯基. 物理动理学[M]. 徐锡申, 徐春华, 黄京民, 译. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [7] STARR C. The copper oxide rectifier[J]. Physics, 1936, 7(1):15-19.
- [8] ROBERTS N A, WALKER D G. A review of thermal rectification observations and models in solid materials[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2011, 50(5):648-662.
- [9] WEHMEYER G, YABUKI T, MONACHON C, et al. Thermal diodes, regulators, and switches: physical mechanisms and potential applications[J]. Applied Physics Reviews, 2017, 4(4):041304.
- [10] LI N B, REN J, WANG L, et al. Colloquium: phononics: manipulating heat flow with electronic analogs and beyond [J]. Reviews of Modern Physics, 2012, 84(3):1045.
- [11] LEPRI S, LIVI R, POLITI A. Thermal conduction in classical low-dimensional lattices[J]. Physics Reports, 2003, 377(1):1-80.
- [12] 郑志刚, 胡岗. 从动力学到统计物理学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2016.
- [13] TERRANE M, PEYRARD M, CASATI G. Controlling the energy flow in nonlinear lattices: a model for a thermal rectifier[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(9):094302.
- [14] LI B, WANG L, CASATI G. Thermal diode: rectification of heat flux[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(18): 184301.
- [15] LI B W, LAN J H, WANG L. Interface thermal resistance between dissimilar anharmonic lattices[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(10):104302.
- [16] LI B W, WANG L, CASATI G. Negative differential thermal resistance and thermal transistor[J]. Applied Physics Letters, 2006, 88(14):143501.
- [17] WANG L, LI B W. Thermal logic gates: computation with phonons[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(17):177208.
- [18] WANG L, LI B W. Thermal memory: a storage of phononic information[J]. Physical Review Letters, 2008, 101(26): 267203.
- [19] LI N, HÄNGGI P, LI B. Ratcheting heat flux against a thermal bias[J]. Europhysics Letters(EPL), 2008, 84(4): 40009.
- [20] LIU Z H, WU X, YANG H J, et al. Heat flux distribution and rectification of complex networks[J]. New Journal of Physics, 2010, 12(2):023016.
- [21] XIONG K Z, ZHOU J, TANG M, et al. Control of thermal conduction and rectification in a model of complex networks with two asymmetric parts[J]. Physical Review E, 2018, 98(6):062144.
- [22] CHANG C W, OKAWA D, MAJUMDAR A, et al. Solid-state thermal rectifier[J]. Science, 2006, 314(5802): 1121-1124.
- [23] YANG Y, CHEN H Y, WANG H, et al. Optimal thermal rectification of heterojunctions under Fourier law[J]. Physical Review E, 2018, 98(4):042131.
- [24] HU B, HE D, YANG L, et al. Thermal rectifying effect in macroscopic size[J]. Physical Review E, 2006, 74(6): 060201.
- [25] PEYRARD M. The design of a thermal rectifier[J]. Europhysics Letters(EPL), 2006, 76(1):49-55.
- [26] GO D B, SEN M. On the condition for thermal rectification using bulk materials[J]. Journal of Heat Transfer, 2010, 132(12):124502.
- [27] KOBAYASHI W, TERAOKA Y, TERASAKI I. An oxide thermal rectifier[J]. Applied Physics Letters, 2009, 95(17): 171905.
- [28] MALDOVAN M. Sound and heat revolutions in phononics [J]. Nature, 2013, 503(7475):209-217.
- [29] HUANG J P. Theoretical thermotics: transformation thermotics and extended theories for thermal metamaterials [M]. Singapore: Springer Singapore, 2020.
- [30] LI Y, LI W, HAN T C, et al. Transforming heat transfer with thermal metamaterials and devices[J]. Nature Reviews Materials, 2021, 6:488-507.
- [31] FAN C Z, GAO Y, HUANG J P. Shaped graded materials with an apparent negative thermal conductivity[J]. Applied Physics Letters, 2008, 92(25):251907.
- [32] NARAYANA S, SATO Y. Heat flux manipulation with engineered thermal materials[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(21):214303.

- [33] SHEN X Y, JIANG C R, LI Y, et al. Thermal metamaterial for convergent transfer of conductive heat with high efficiency[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(20): 201906.
- [34] XU L J, YANG S, HUANG J P. Passive metashells with adaptive thermal conductivities: chameleonlike behavior and its origin[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(5): 054071.
- [35] YANG S, XU L J, HUANG J P. Thermal magnifier and external cloak in ternary component structure[J]. *Journal of Applied Physics*, 2019, 125(5):055103.
- [36] PENDRY J B, SCHURIG D, SMITH D R. Controlling electromagnetic fields[J]. *Science*, 2006, 312(5781):1780–1782.
- [37] LEONHARDT U. Optical conformal mapping[J]. *Science*, 2006, 312(5781):1777–1780.
- [38] CHEN T, WENG C N, CHEN J S. Cloak for curvilinearly anisotropic media in conduction[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93(11):114103.
- [39] LI Y, SHEN X, WU Z, et al. Temperature-dependent transformation thermotics: from switchable thermal cloaks to macroscopic thermal diodes[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(19):195503.
- [40] LI Y, SHEN X Y, HUANG J P, et al. Temperature-dependent transformation thermotics for unsteady states: switchable concentrator for transient heat flow[J]. *Physics Letters A*, 2016, 380(18/19):1641–1647.
- [41] 沈翔瀛. 变换热学与热超构材料[D]. 上海: 复旦大学, 2016.
- [42] ROSSELAND S. *Astrophysik; auf atomtheoretischer grundlage*[M]. Berlin: Springer, 1931.
- [43] XU L J, DAI G L, HUANG J P. Transformation multithermotics: controlling radiation and conduction simultaneously [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 13(2):024063.
- [44] SCHATZ J F, SIMMONS G. Thermal conductivity of earth materials at high temperatures[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1972, 77(35):6966–6983.
- [45] HOFMEISTER A M. Mantle values of thermal conductivity and the geotherm from phonon lifetimes[J]. *Science*, 1999, 283(5408):1699–1706.
- [46] DAN D, ZHANG H, TAO W Q. Effective structure of aerogels and decomposed contributions of its thermal conductivity[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2014, 72(1): 2–9.
- [47] DAI Y J, TANG Y Q, FANG W Z, et al. A theoretical model for the effective thermal conductivity of silica aerogel composites[J]. *Applied Thermal Engineering*, 2018, 128:1634–1645.
- [48] SHEN X Y, LI Y, JIANG C R, et al. Thermal cloak-concentrator[J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(3): 031907.
- [49] KASALI S O, ORDONEZ-MIRANDA J, JOULAIN K. Conductive thermal diode based on two phase-change materials[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2020, 153:106393.
- [50] LIU K, LEE S, YANG S, et al. Recent progresses on physics and applications of vanadium dioxide[J]. *Materials Today*, 2018, 21(8):875–896.
- [51] ALÙ A, ENGHETA N. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings[J]. *Physical Review E*, 2005, 72(1):016623.
- [52] XU H Y, SHI X H, GAO F, et al. Ultrathin three-dimensional thermal cloak[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(5):054301.
- [53] HAN T C, BAI X, GAO D L, et al. Experimental demonstration of a bilayer thermal cloak[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(5):054302.
- [54] XU L J, HUANG J P. Metamaterials for manipulating thermal radiation: transparency, cloak, and expander[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 12(4):044048.
- [55] SU C, XU L J, HUANG J P. Nonlinear thermal conductivities of core-shell metamaterials: rigorous theory and intelligent application[J]. *Europhysics Letters (EPL)*, 2020, 130(3):34001.
- [56] SHEN X Y, LI Y, JIANG C R, et al. Temperature trapping: energy-free maintenance of constant temperatures as ambient temperature gradients change[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(5):055501.
- [57] ORDONEZ-MIRANDA J. Radiative thermostat driven by the combined dynamics of electrons, phonons, and photons[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(6):064043.
- [58] WANG J, SHANG J, HUANG J P. Negative energy consumption of thermostats at ambient temperature: electricity generation with zero energy maintenance[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(2):024053.
- [59] XIE R G, BUI C T, VARGHESE B, et al. An electrically tuned solid-state thermal memory based on metal-insulator transition of single-crystalline VO₂ nanobeams[J]. *Advanced*

- Functional Materials, 2011, 21(9):1602–1607.
- [60] WANG J, DAI G L, YANG F B, et al. Designing bistability or multistability in macroscopic diffusive systems[J]. Physical Review E, 2020, 101(2):022119.
- [61] CHOY T C. Effective medium theory:principles and applications[M]. 2nd ed. Oxford:Oxford University Press, 2016.
- [62] YANG S, XU L J, HUANG J P. Metathermotics:nonlinear thermal responses of core-shell metamaterials[J]. Physical Review E, 2019, 99(4):042144.
- [63] HUANG J P, YU K W. Enhanced nonlinear optical responses of materials:composite effects[J]. Physics Reports, 2006, 431(3):87–172.
- [64] SHANG J, JIANG C R, XU L J, et al. Many-particle thermal invisibility and diode from effective media[J]. Journal of Heat Transfer, 2018, 140(9):092004.
- [65] WANG R Z, SHANG J, HUANG J P. Design and realization of thermal camouflage with many-particle systems[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2018, 131:14–19.
- [66] DAI G L, SHANG J, WANG R Z, et al. Nonlinear thermotics:nonlinearity enhancement and harmonic generation in thermal metasurfaces[J]. The European Physical Journal B, 2018, 91(3):59.
- [67] 戴高乐. 热超构材料的理论设计: 传导与线性之外的探索[D]. 上海:复旦大学, 2020.
- [68] GARNETT J C M. Colours in metal glasses and in metallic films[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, 1904, 203 (359/360/361/362/363/364/365/366/367/368/369/370/371):385–420.
- [69] BRUGGEMAN V D A G. Calculation of various physics constants in heterogeneous substances I:dielectricity constants and conductivity of mixed bodies from isotropic substances[J]. Annalen der Physik, 1935, 24(7):636–664.
- [70] XU L J, JIANG C R, SHANG J, et al. Periodic composites:quasi-uniform heat conduction, janus thermal illusion, and illusion thermal diodes[J]. The European Physical Journal B, 2017, 90(11):221.
- [71] XU L J, YANG S, HUANG J P. Thermal transparency induced by periodic interparticle interaction[J]. Physical Review Applied, 2019, 11(3):034056.
- [72] RAYLEIGH L. On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium[J]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1892, 34(211):481–502.
- [73] GU G Q, YU K W, HUI P M. First-principles approach to conductivity of a nonlinear composite[J]. Physical Review B, 1998, 58(6):3057.
- [74] DAI G L, HUANG J P. Nonlinear thermal conductivity of periodic composites[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2020, 147:118917.
- [75] SEGAL D. Single mode heat rectifier:controlling energy flow between electronic conductors[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(10):105901.
- [76] MARTÍNEZ-PÉREZ M J, FORNIERI A, GIAZZOTTO F. Rectification of electronic heat current by a hybrid thermal diode[J]. Nature Nanotechnology, 2015, 10(4):303–307.
- [77] BEN-ABDALLAH P, BIEHS S A. Contactless heat flux control with photonic devices[J]. AIP Advances, 2015, 5(5):053502.
- [78] LATELLA I, MESSINA R, RUBI J M, et al. Radiative heat shuttling[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(2):023903.
- [79] ORDONEZ-MIRANDA J, EZZAHRI Y, TIBURCIO-MORENO J A, et al. Radiative thermal memristor[J]. Physical Review Letters, 2019, 123(2):025901.
- [80] 赫光生. 非线性光学与光子学[M]. 上海:上海科学技术出版社, 2018.
- [81] KASPRZAK M, SLEDZINSKA M, ZALESKI K, et al. High-temperature silicon thermal diode and switch[J]. Nano Energy, 2020, 78:105261.
- [82] LI Y, LI J X, QI M H, et al. Diffusive nonreciprocity and thermal diode[J]. Physical Review B, 2021, 103:014307.
- [83] LI J X, LI Y, CAO P C, et al. A continuously tunable solid-like convective thermal metadvice on the reciprocal line[J]. Advanced Materials, 2020, 32(42):2003823.
- [84] SÁNCHEZ D, LÓPEZ R. Nonlinear phenomena in quantum thermoelectrics and heat[J]. Comptes Rendus Physique, 2016, 17(10):1060–1071.
- [85] SONG C, LI S H, BAO H, et al. Design of thermal diodes using asymmetric thermal deformation of a Kirigami structure[J]. Materials and Design, 2020, 193:108734.
- [86] HEO H, LI S H, BAO H, et al. A passive thermal switch with kirigami-inspired mesostructures[J]. Advanced Engineering Materials, 2019, 21(6):1900225.
- [87] JOSEPH D D, PREZIOSI L. Heat waves[J]. Reviews of Modern Physics, 1989, 61(1):41.
- [88] FARHAT M, GUENNEAU S, CHEN P Y, et al. Scatter-

- ing cancellation-based cloaking for the Maxwell-Cattaneo heat waves[J]. *Physical Review Applied*, 2019, 11(4): 044089.
- [89] CHEN A, LI Z Y, MA T X, et al. Heat reduction by thermal wave crystals[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 121:215-222.
- [90] LI Y, PENG Y G, HAN L, et al. Anti-parity-time symmetry in diffusive systems[J]. *Science*, 2019, 364(6436): 170-173.
- [91] CAO P C, LI Y, PENG Y G, et al. High-order exceptional points in diffusive systems: robust APT symmetry against perturbation and phase oscillation at APT symmetry breaking[J]. *ES Energy and Environment*, 2020, 7:48-55.
- [92] XU L J, WANG J, DAI G L, et al. Geometric phase, effective conductivity enhancement, and invisibility cloak in thermal convection-conduction[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2021, 165:120659.
- [93] XU L J, HUANG J P. Thermal convection-diffusion crystal for prohibition and modulation of wave-like temperature profiles[J]. *Applied Physics Letters*, 2020, 117(1):011905.

(责任编辑:仇慧)

作者简介:



戴高乐,南通大学理学院讲师,主要研究方向为热超构材料,尤其是热对流、热辐射与非线性热传导框架下热输运调控相关的功能器件的理论设计。在 *Int. J. Heat Mass Transfer*、*Phys. Rev. E*、*Phys. Rev. Applied* 等期刊上发表研究论文十余篇,获得中国发明专利授权 1 项。



黄吉平,复旦大学物理学系教授,博士生导师。2003 年获得香港中文大学物理系博士学位,其后在德国马普学会高分子研究所做博士后、洪堡学者。2009 年 6—12 月,美国哈佛大学物理系访问学者。2012 年 12 月被聘为复旦大学物理学系“谢希德青年特聘教授”;2018 年 1 月被聘为复旦大学特聘教授。2012 年获得国家基金委优秀青年基金、入选教育部“新世纪优秀人才支持计划”;2017 年获得国家杰出青年科学基金。参照变换光学,首次建立了变换热学理论,预言了热隐身材料,引发了设计人工结构控制热输运的理论和实验热潮,推动了热超构材料这个热点研究方向的形成,开创性贡献已经获得了同行的肯定和认可。